

# 2. Geometrie

Schotts Inhaltsangabe des 2. Fachs

und

Kirchers Anleitung zum Gebrauch der Täfelchen

Aus: Kaspar Schott, *Organum mathematicum*, Nürnberg 1668

in der Übersetzung von P. Alban Müller SJ

## 1. Inhaltsangabe

Im zweiten Fach mit dem Buchstaben B sind die Täfelchen enthalten, die auf der nebenstehenden Abbildung IV, Teil 1 vorgestellt sind. Es sind dies die folgenden.

*Erstens:* Drei Täfelchen auf der Vorderseite in weißer Farbe, damit sie von den anderen in anderer Farbe zu unterscheiden sind. Beide Seiten, Vor- und Rückseiten nämlich, sind mit Ziffern und Worten beschrieben, wie aus der Abbildung ersichtlich. Was die Ziffern bezeichnen, erklären die Worte. Die Anwendung stellt der Autor des *Organum* in einem eigenen Büchlein dar, das wir im folgenden Kapitel bringen werden. Eben die Anwendung, wie auch die Grundlagen bzw. Elemente der Zusammensetzung der besagten Täfelchen legen wir in ausführlicherer Weise später an entsprechender Stelle vor.

*Posterior Facies.*

| III.                     |  | II.                      |  | I.                       |                                 |
|--------------------------|--|--------------------------|--|--------------------------|---------------------------------|
| Puncta<br>Umbræ<br>Vergæ | Puncta nota<br>notantur in<br>punctis<br>notantur in<br>punctis etc. | Puncta<br>Umbræ<br>Vergæ | Puncta nota<br>notantur in<br>punctis etc.<br>ergo notantur<br>notantur etc. | Puncta<br>Umbræ<br>Vergæ | Altitudo<br>vtriusque           |
| 20                       | 20   | 2                        | 2  | 2                        | Umbræ<br>Septaginta ma.<br>etc. |
| 30                       | 30   | 3                        | 3  | 3                        | Quadragesima<br>maior.          |
| 40                       | 40   | 4                        | 4  | 4                        | Viginti maior.                  |
| 50                       | 50   | 5                        | 5  | 5                        | Duplo maior.                    |
| 60                       | 60   | 6                        | 6  | 6                        | Duplo maior.                    |
| 70                       | 70   | 7                        | 7  | 7                        | Semel $\frac{7}{12}$            |
| 80                       | 80   | 8                        | 8  | 8                        | Semel $\frac{8}{12}$            |
| 90                       | 90   | 9                        | 9  | 9                        | Semel $\frac{9}{12}$            |
| 100                      | 100  | 10                       | 10   | 10                       | Semel $\frac{10}{12}$           |
|                          |  | 11                       | 11   | 11                       | Semel $\frac{11}{12}$           |
|                          |  | 12                       | 12   | 12                       | Aequalis                        |

*Tabella latæ fa-  
ciæ anterior.*

| Operatio Arith.<br>per puncta etc. |  |  | Operatio Arith.<br>per puncta etc. |  |  |
|------------------------------------|--|--|------------------------------------|--|--|
| Puncta<br>Umbræ<br>Vergæ           | Puncta nota<br>notantur in<br>punctis etc. | Puncta nota<br>notantur in<br>punctis etc. | Puncta<br>Umbræ<br>Vergæ           | Puncta nota<br>notantur in<br>punctis etc. | Puncta nota<br>notantur in<br>punctis etc. |
| 1                                  | 12   | 20   | 12                                 | 1  | 50   |
| 2                                  | 12   | 30   | 12                                 | 2  | 60   |
| 3                                  | 12   | 40   | 12                                 | 3  | 70   |
| 4                                  | 12   | 50   | 12                                 | 4  | 80   |
| 5                                  | 12   | 55   | 12                                 | 5  | 90   |
| 6                                  | 12   | 60   | 12                                 | 6  | 100  |
| 7                                  | 12   | 65   | 12                                 | 7  | 150  |
| 8                                  | 12   | 70   | 12                                 | 8  | 200  |
| 9                                  | 12   | 75   | 12                                 | 9  | 250  |
| 10                                 | 12   | 80   | 12                                 | 10   | 300  |
| 11                                 | 12   | 85   | 12                                 | 11   | 350  |
| 12                                 | 12   | 90<br>aut<br>100                           | 12                                 | 12   | 360  |

Abbildung IV, Teil 1

*Zweitens:* Drei an den Vorderseiten rot gekennzeichnete Täfelchen. Deren beide Seiten sind mit Ziffern und Worten beschrieben, wie auf der Abbildung IV, Teil 2 zu sehen. Die Anwendung erklärt der Autor in ähnlicher Weise im schon erwähnten Büchlein, und wir erklären sie unten ausführlicher, zugleich mit der Art und Weise, wie sie aufgebaut sind.

*Drittens:* Ein breiteres Täfelchen, dessen beide Seiten die Abbildung vorstellt. Deren Anwendung erfordert die arithmetische Rechenart, besonderes die Goldene Regel; diese Berechnungen sind bei der Anwendung der vorhergehenden Täfelchen nicht erforderlich. Auch diese Täfelchen erklären wir unten an gegebener Stelle ausführlicher.

*Anterior Facies*

| Gradus<br>min. | Alt.<br>Lat.<br>Prog. | Dist.<br>vi.<br>tas | Gradus<br>min. | Alt.<br>Lat.<br>Prog. | Dist.<br>vi.<br>tas | Gradus<br>min. | Alt.<br>Lat.<br>Prog. | Dist.<br>vi.<br>tas |
|----------------|-----------------------|---------------------|----------------|-----------------------|---------------------|----------------|-----------------------|---------------------|
| 20             | 56                    | 106                 | 30             | 57                    | 115                 | 40             | 83                    | 130                 |
| 21             | 58                    | 107                 | 31             | 60                    | 116                 | 41             | 86                    | 131                 |
| 22             | 40                    | 107                 | 32             | 62                    | 117                 | 42             | 90                    | 134                 |
| 23             | 42                    | 108                 | 33             | 64                    | 119                 | 43             | 93                    | 136                 |
| 24             | 44                    | 109                 | 34             | 67                    | 120                 | 44             | 96                    | 139                 |
| 25             | 46                    | 110                 | 35             | 70                    | 122                 | 45             | 100                   | 141                 |
| 26             | 48                    | 111                 | 36             | 72                    | 123                 | 46             | 103                   | 143                 |
| 27             | 50                    | 112                 | 37             | 75                    | 125                 | 47             | 107                   | 146                 |
| 28             | 53                    | 113                 | 38             | 78                    | 126                 | 48             | 111                   | 149                 |
| 29             | 55                    | 114                 | 39             | 81                    | 128                 | 49             | 115                   | 152                 |

Abbildung IV, Teil 2

Alle diese Täfelchen, die die Abbildung IV zeigt, können wir, der Unterscheidung halber, *geometrische* Täfelchen nennen, weil sie der Anwendung der praktischen Geometrie dienen.

In den Ziffern der erwähnten Täfelchen schlichen sich einige Fehler ein, sicherlich ein Versehen des Schreibers, wir haben sie ausgebessert. Auch einige Worte, wo es notwendig schien, haben wir geändert. Mehr über die Herstellung und die Anwendung der Täfelchen wird weiter unten gesagt.

Unten im Organum befindet sich ein Quadrant und ein geometrisches Quadrat. Beides wird in dem folgenden Kapitel des öfteren erwähnt. Form und Aufbau geben wir später an, und die Anwendung erklären wir dann ausführlicher.

## 2. Gebrauchsanleitung

### § I Vorstellung der gesamten Täfelchen im allgemeinen

Dieses Fach enthält drei Arten von Täfelchen. *Erstens* finden sich drei weiße Täfelchen, mit denen man für die waagerechte Skala (*umbra recta*) und für die senkrechte Skala (*umbra versa*) der betrachteten Gegenstände die entsprechenden Verhältnisse bestimmen kann. Dank dieser Angaben kann man ohne langes Rechnen jegliche Höhe, Breite und Tiefe der Gegenstände herausbekommen, wie man später bei der Übung ersehen kann.

*Zweitens*: Die roten Täfelchen enthalten die Größe der *Tangenten* (Tangenswerte), d.h. man erhält die Höhe der Gegenstände mit Hilfe der Tangenten ohne Rechnen. Die Täfelchen sind in drei Spalten aufgeteilt.

In der ersten Spalte sind vom geometrischen Quadrat angezeigten Grade enthalten, vom 20. bis zum 80. in ununterbrochener Reihenfolge. In der ersten Täfelchen findet man die Grade vom 20. bis ausschließlich 30. In der zweiten vom 30. bis ausschließlich 40. In der dritten vom 4. bis ausschließlich 5. Auf der Rückseite dieser vom 50. bis ausschließlich 60. Auf der Rückseite der zweiten vom 60. bis ausschließlich 70., und auf der Rückseite der ersten Täfelchen vom 70. bis ausschließlich 80. Grad. Diese Anzahl der Grade genügt, um die Höhe der Gegenstände herauszubekommen, da es jenseits dieser Grade außerordentlich schwer ist, die Höhe der Gegenstände zu erhalten.

Den so in der ersten Spalte der Täfelchen beschriebenen Graden folgt die zweite Spalte, die die Maße (Hand, Fuß, Schritt) der Höhe der Gegenstände entsprechend den Graden in der ersten Spalte angibt.

In der dritten Spalte befinden sich die *Sekanten*, wodurch man Länge der geneigten Linie bzw. die Entfernung der Spitze, angegeben in Hand, Fuß oder Schritt oder in einem anderen bekannten Maß, erhält.

*Drittens* : Hinter diesen Täfelchen ist eine breitere, in der beschrieben wird, wie man mathematische Aufgaben mit Hilfe der Goldenen Regel durchführt, wobei auf der Rückseite eine mit figürlicher Darstellung aufgezeichnet ist.

Nachdem wir uns mit der Anordnung der geometrischen Täfelchen bekannt gemacht haben, gehen wir jetzt gleich zur Praxis über.

§ II Vorstellung der in weiß gehaltenen Täfelchen, die die Übungen zur waagerechten Skala (*umbra recta*) und senkrechten Skala (*umbra versa*) eines Höhenmessers enthalten.

*Darstellung und Anwendung des ersten Täfelchen für die waagerechte Skala*

Das erste Täfelchen enthält auf der Vorderseite die Punkte der *waagerechten Skala* in der ersten Spalte und in der zweiten Fuß, Hand oder irgendein anderes Maß.

Das Täfelchen wird folgendermaßen angewandt. Irgendeiner der Hausgenossen möchte die Höhe eines Turmes, Baumes, einer Säule, des Daches und ähnlicher Dinge, zu denen man gelangen kann, wissen. Er schickt einen seiner Diener mit dem Quadranten, den wir im unteren Fach des Organum eingeschlossen haben. Man kann an ihm Winkel in Grad ablesen; die Höhenskala ist in 12 bzw. 100 Abschnitte zerlegt. Der Hausgenosse sorgt als erstes dafür, in irgendeinem Maß die Entfernung von seinen Augen bis zu dem hochstehenden Gegenstand festzustellen. Daraufhin stellt der gleiche Diener vom gleichen Ort aus mit Hilfe des Quadranten die Höhe des aufragenden Gegenstandes in Grad fest, d.h. er beobachtet mit Hilfe der *Diopter*, welchen Grad und welchen Punkt auf der *waagerechten Skala* der *Senkel* abschneidet.

Zum Beispiel schneidet der Senkel auf der *waagerechten Skala* den zweiten Punkt. Nimm nun das erste Täfelchen und schau nach, was dem zweiten Punkt in der zweiten Spalte entspricht. Und du findest die Entfernung sechsmal kleiner. Das bedeutet, das Verhältnis der Höhe zur Entfernung ist sechsfach. Die Entfernung, die wir gemessen hatten, sei 20 Fuß; so ist die Höhe sechsmal größer als die Entfernung, das sind 120 Fuß.

Wenn aber der Faden des Senkels den dritten Punkt in der *waagerechten Skala* schneidet, zeigt dir die zweite Spalte, daß die Höhe viermal so groß ist wie die Entfernung; oder, was das gleiche ist, daß die Entfernung viermal kleiner ist, d.h. das gemessene Maß von 20 Fuß vervierfacht ergibt 80 Fuß für die gesuchte Höhe des Gegenstandes.

Im vierten Punkt ergibt das Dreifache der gemessenen 20 Fuß die Höhe von 60 Fuß. Am vierten Punkt der waagerechten Skala ist das Verhältnis der Höhe zur Entfernung 3 zu 1.

Im sechsten Punkt ergibt sich das Verhältnis 2 zu 1. Das gemessene Maß von 20 Fuß verdoppelt, ergibt die gesuchte Höhe von 40 Fuß.

Wenn aber der Senkel in zwölften Punkt schneidet, dann ist die Entfernung gleich der Höhe.

So siehst du, wie du ohne Berechnung das Verhältnis der Höhe zur Entfernung bestimmen kannst, sobald der Senkel irgendeinen Punkt der waagerechten Skala trifft. Das gilt für jedes beliebige Maß von 20, 30, 40, 50 oder 100 Fuß.

*Erklärung und Anwendung desselben ersten Täfelchens für die senkrechte Skala*

Merke, dass wenn am Höhenmesser die Punkte der waagerechten Skala die Entfernung immer kleiner als die Höhe in dem den Punkten entsprechenden Verhältnis angegeben werden, die Punkte der senkrechten Skala den senkrechten Schatten bzw. die Entfernung immer größer als die Höhe des auf der Rückseite der Täfelchen ausgeschriebenen Verhältnisses angeben. Zum Beispiel, wenn der Senkel den zweiten Punkt der senkrechten Skala schneidet, heißt das, die Entfernung ist sechsmal größer als die Höhe, wie die Täfelchen aufzeigt. Wenn du also die Entfernung zwischen dir und irgendeinem Gegenstand mit 120 Fuß festgestellt hast, beträgt die Höhe (da sie sechsmal kleiner ist als die Entfernung) nur 20 Fuß. Im dritten Punkt ist die um das Vierfache kleiner, das sind 30 Fuß, 30 ist ja der vierte Teil von 120 Fuß. Im vierten Punkt ist die Höhe dreifach kleiner, das sind 40 Fuß. Im sechsten Punkt ist die Entfernung doppelt so groß wie die Höhe, d. h. die Höhe beträgt 60 Fuß. Im zwölften Punkt aber ist die Entfernung gleich der Höhe. In allen übrigen Punkten kannst du mit den Verhältniszahlen arbeiten, die den einzelnen Punkten zugeschrieben sind.

*Erklärung und Anwendung des zweiten Täfelchens für die waagerechte Skala*

Das zweite Täfelchen zeigt eine andere Anwendungsweise: Auf der Vorderseite sind für die Punkte der waagerechten Skala die zugehörigen Höhen für Entfernungen von 12 Fuß, 12 Schritt oder 12 Zehnfuß, wie die zweite Spalte der Tabelle aufzeigt.

Beispiel: Nimm etwa die Entfernung zwischen dir und dem Gegenstand von 12 Schritten an. Die Höhe wird mittels des Quadranten beobachtet; der Senkel schneidet die waagerechte Skala bei Punkt zwei. Damit erhältst du sogleich die Höhe von 72 Schritten. Im dritten Punkt sind es 48 Schritte, im vierten 36 usw. entsprechend den Zahlen der zweiten Spalte, die den Punkten der waagerechten Skala entsprechen.

*Erklärung und Anwendung des zweiten Täfelchens für die senkrechte Skala*

Auf der Rückseite des zweiten Täfelchens sind die Punkte der senkrechten Skala aufgezeichnet, dem in der zweiten Spalte Fuß, Schritt oder irgendeine andere Maßeinheit entsprechen.

Wenn bei der Beobachtung der Höhe der Senkel des Quadranten auf den zweiten Punkt fällt, und die gegebene Entfernung 12 Zehnfuß sind, findest du die Höhe von 2 Zehnfuß, in dritten Punkt von 3 Zehnfuß, im vierten Punkt von 4 Zehnfuß usw. bis zum zwölften Punkt, in dem die Höhe und die Entfernung gleich groß sind. Diese Sache ist wunderbar leicht, und kann von jedermann ohne Rechnen bewerkstelligt werden .

*Erklärung und Anwendung des dritten Täfelchens für die waagerechte und die senkrechte Skala*

Beim dritten Täfelchen wird ein anderes Maß festgelegt: die bekannte Entfernung zwischen dir und der Erhebung beträgt 100 Spannen, 100 Fuß oder 100 Teile einer anderen beliebigen kleineren Maßeinheit.

Beispiel auf der Seite für die waagerechte Skala:

Ist eine Entfernung zwischen dir und dem Gegenstand von 100 Schritt oder Fuß usw. festgestellt und fällt der Senkel auf den Punkt 20 der waagerechten Skala, die in 100 gleiche Abschnitte eingeteilt ist, dann findest du sogleich:

die Höhe beträgt 500 Schritt oder Fuß; im 30. Punkt 333 10/30 , im 40. Punkt 250 Schritt oder Fuß, und so bei den restlichen Punkten bis zum 100., wo die Entfernung gleich der Höhe ist.

Beispiel auf der Seite für die senkrechte Skala:

Die Entfernung zwischen dir und der Erhebung betrage 100 Schritt oder Fuß etc. Der Senkel treffe den 20. Punkt, dann beträgt die Höhe 20 Schritt oder Fuß, wie die zweite Spalte der Tabelle besagt; im 30. Punkt beträgt sie 30 Schritt oder Fuß usw. bis zum 100. Punkt, wo die Entfernung gleich der Höhe ist.

### § III.

Erklärung der rot gefärbten Täfelchen

Im zweiten Fach, bezeichnet durch den Buchstaben B, erscheinen nach den drei weißen Täfelchen drei rote. Diese enthalten Maße der Höhen, Breiten, Tiefen und Entfernungen. Sie sind aber in drei Spalten eingeteilt. In der ersten Spalte sind die Grade des Quadranten, in der zweiten die Länge der gegenüberliegenden Seite (Höhe, Tiefe usw.) und in der dritten die Länge der Hypotenuse (der geneigten Strecke) des rechtwinkligen Dreiecks (Entfernung von der Spitze) eingetragen. Die Anwendung dieser Täfelchen ist sehr leicht und ohne Rechnerei durchführbar auch ohne die Tafeln der Tangenten (des Tangens) und der Sekanten (des Sekans), wie es offensichtlich ist.

Beispiel:

Gegeben sei die Entfernung zwischen dir und dem hohen Gegenstand von 100 Fuß. Nun wird die Spitze des zu messenden Gegenstandes anvisiert und festgestellt, auf welchen Grad der Senkel des Quadranten fällt. Sei es nun der 40. Grad, so suche diesen Grad in der ersten Spalte der Tabelle, und sogleich hast du in der zweiten Spalte 83 Fuß für die gesuchte Höhe. Die Hypotenuse bzw. der Abstand zur Spitze in der dritten Spalte beträgt 130 Fuß.

So beträgt, wenn der Senkel (bei einer gegebenen Entfernung von 100 Fuß) auf 30 Grad steht, die Höhe 57 Fuß, der Abstand von der Spitze 157 Fuß.

Wiederum, wenn der Faden auf 25 Grad fällt, suche diesen Wert in der ersten Spalte der ersten Tabelle, und die zweite Spalte ergibt 46 Fuß Höhe und 110 Fuß für die Entfernung von der Spitze.

Fällt der Faden aber in den 72 Grad, wird die Höhe 307 Fuß, die Entfernung von der Spitze 323 Fuß.

Da dies wirklich sehr leicht zu erfassen ist, verweilen wir nicht länger bei einer weiteren Erklärung.

#### § IV.

Erklärung und Anwendung der breiteren Tafel

Die breitere Tafel enthält auf den einen Seite die Spalten der waagrechten und senkrechten Skala, auf der anderen den Zahlen entsprechende geometrische Figuren. Die erste Spalte enthält die Punkte der waagerechten Skala, die zweite die 12 als Teiler. Die Anwendung ist folgende:

Fällt der Senkel zum Beispiel an der waagerechten Skala auf den sechsten Punkt und die bekannte Länge betrage 60 Teile; in der Goldenen Regel erhält den ersten Platz die 6, den zweiten Platz die 12 und den dritten Platz die bekannte Länge 60. Multipliziert man 12 mit 60, so erhält man 720, dies geteilt durch 6 ergibt 120, die gesuchte Höhe des Gegenstandes.

Und es geht auch so: wie sich 6 zu 12 verhält, so verhält sich 60 zur gesuchten Höhe, also zu 120. Nicht anders verfährt du bei den anderen Punkten.

Bei der senkrechten Skala der zweiten Spalte steht an erster Stelle die 12, an der zweiten Stelle die 6, in der dritten die 60. Gemäß der Goldenen Regel verfährt du folgendermaßen: rechne 6 mal 60, und du erhältst 360; dies geteilt durch zwölf ergibt 30 für die gesuchte Höhe.

Auf der Rückseite des breiteren Täfelchens, wo alles figürlich dargestellt ist, erübrigt sich eine Erklärung.